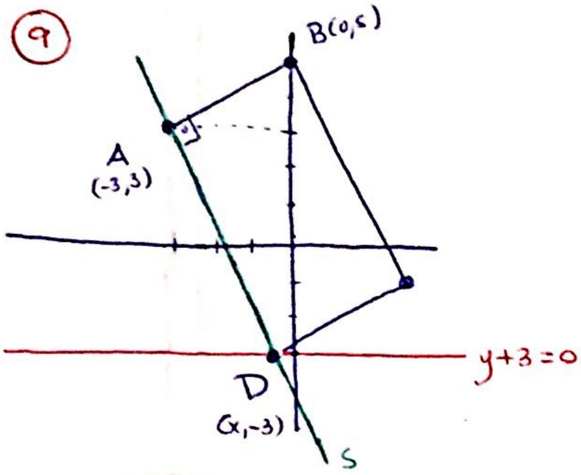
AUTOEVALUACIÓN

(9)



Como D está sobre la recta $y+3=0$ D será de la forma $D(x,-3)$.

Para hallar D, calculamos la recta s, sabiendo:

$$s \equiv \begin{cases} \text{Pasa por } A(-3,3) \\ \vec{v_s} \perp \vec{AB} \end{cases}$$

Calculamos $\vec{AB}(0-3,\ 5-3) = (3,2)$

Con lo cual $\vec{v_s}(2,-3)$

La ecuación de s es: $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-3}{-3} \Rightarrow -3x-9 = 2y-6$

$s:\ 3x+2y+3=0$

Para hallar D, resolvemos el sistema formado por las rectas $y+3=0$ y s:

$$\begin{cases} 3x+2y+3=0 \\ y+3=0 \longrightarrow y=-3 \end{cases}$$ (por sustitución)

$3x+2\cdot(-3)+3=0 \longrightarrow 3x-6+3=0 \rightarrow D=1$

Luego $D(1,-3)$.

Queremos calcular el área del rectángulo $A = \text{base} \cdot \text{altura}$

Base → AD
Altura → AB

Calculamos $d(A,D)$ y $d(A,B)$.

$d(A,D) = |\vec{AD}| = \sqrt{4^2+(-6)^2} = \sqrt{52}$

$\vec{AD}(1-(-3),\ -3-3) = (4,-6)$

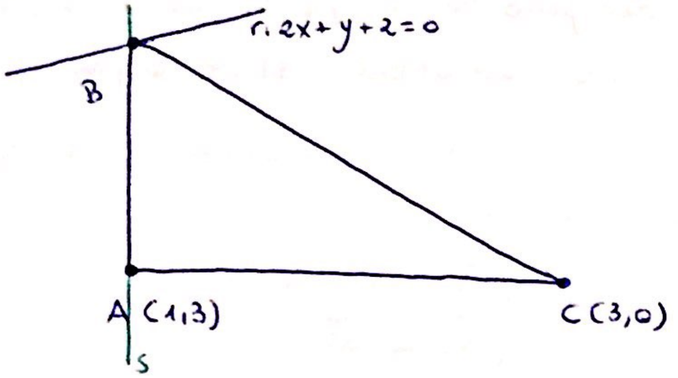
$d(AB) = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$

$\vec{AB}(0-(-3),\ 5-3) = (3,2)$

Luego $A = \sqrt{52}\cdot\sqrt{13} = \sqrt{676} =$

$= \boxed{26\ u^2}$

29 Utilizando rectas:



Podemos calcular la ecuación de la recta s

$$s: \begin{cases} \text{Pasa por } (1,3) \\ \vec{v_s} \perp \vec{AC} \end{cases}$$

$\vec{AC} = (3-1, 0-3) = (2,-3)$

Por tanto, $\vec{v}s(3,2)$ y la ecuación de s en forma continua es:

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{2} \Rightarrow 2x-2 = 3y-9$$

$$s: 2x-3y+7=0$$

B es la intersección entre r y s, resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} 2x-3y+7=0 \\ 2x+y+2=0 \end{cases} \xrightarrow{\text{reducción}} \begin{array}{r} -2x+3y=7 \\ \cancel{2x}+y=-2 \\ \hline 4y=5 \\ y=\frac{5}{4} \end{array}$$

En la segunda ecuación,

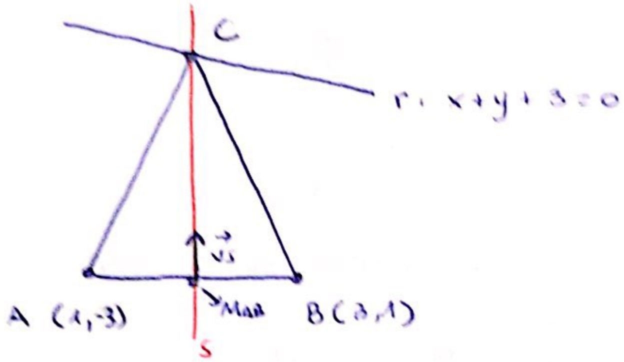
$$2x+\frac{5}{4}+2=0 \longrightarrow 2x=-\frac{5}{4}-2$$

$$2x=\frac{-13}{4}$$

$$x=\frac{-13}{8}$$

Luego $B\left(-\frac{13}{8}, \frac{5}{4}\right)$

(30) pág 172



El vértice C es la intersección entre r y s, donde s es la altura del triángulo.

Vamos a hallar la ecuación de s:

$$s \equiv \begin{cases} \text{Pasa por } M_{AB} \rightarrow \text{punto medio de A y B} \\ \vec{v_s} \perp \vec{AB} \end{cases}$$

$$M_{AB} = \left(\frac{1+3}{2}, \frac{-3+1}{2}\right) = (2,-1)$$

$\vec{AB} = (3-1, 1-(-3)) = (2,4)$, luego, $\vec{v_s}\,(-4,2)$

Luego, la ecuación de s es:

$$\frac{x-2}{-4} = \frac{y+1}{2} \Rightarrow 2x-4 = -4y-4$$

$$s: 2x+4y=0$$

$C = r \cap s$, resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} 2x+4y=0 \\ x+y=-3 \end{cases} \xrightarrow{\text{reducción}} \begin{cases} \cancel{2x} + 4y = 0 \\ -\cancel{2x} - 2y = 6 \end{cases}$$

$$2y = 6$$

$$y = 3$$

$$x = -3-3 = -6$$

Luego, $\boxed{C = (-6,3)}$

Averigüemos ahora el área del triángulo:

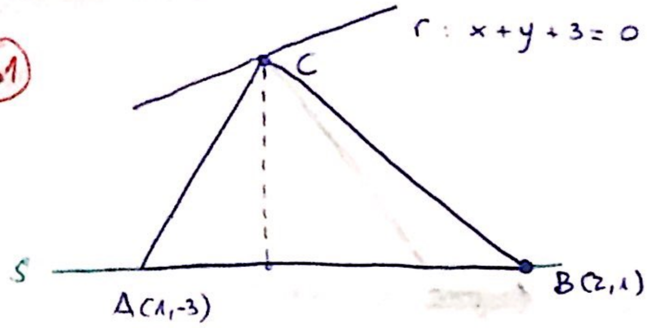
$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} \begin{cases} \text{Base} : d(A,B) \\ \text{Altura} : d(C, M_{AB}) \end{cases}$$

- $d(A,B) = |\vec{AB}| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
- $d(C, M_{AB}) = \sqrt{(-8)^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$\vec{CM_{AB}}\,(-6-2,\ 3-(-1)) = (-8, 4)$

Luego, $A = \frac{\cancel{2}\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{5}}{\cancel{2}} = 4 \cdot 5 = 20\ u^2$.

(31)



$A = 6\ u^2$

$$\text{Área} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} \quad \begin{cases} \text{Base} = d(A,B) \\ \text{Altura} = d(s,C) \end{cases}$$

Vamos a hallar la ecuación de la recta s que une A con B.

$$s \equiv \begin{cases} \text{Pasa por } A(1,-3) \\ \text{Tiene } \vec{v}_s = \vec{AB} = (1,4) \end{cases}$$

Luego, $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{4} \Rightarrow 4x - 4 = y + 3$

$s: 4x - y - 7 = 0$

Ahora, el punto C, por estar en la recta $r: x + y + 3 = 0$ tiene la forma $C(x, -x-3)$ ya que si despejamos y en la recta $y = -x - 3$.

Vamos a calcular la altura:

$$d(s,C) = \frac{|4x - (-x-3) - 7|}{\sqrt{4^2+1^2}} = \frac{|4x + x + 3 - 7|}{\sqrt{17}} = \frac{|5x-4|}{\sqrt{17}}$$

Calculamos la base:

$$d(A,B) = |\vec{AB}| = \sqrt{1^2+4^2} = \sqrt{17}$$

Luego, el área:

nos lo dice el problema

$$A = \frac{\cancel{\sqrt{17}} \cdot \frac{|5x-4|}{\cancel{\sqrt{17}}}}{2} = \frac{|5x-4|}{2} = 6$$

Luego, $|5x-4| = 12 \longrightarrow 5x - 4 = 12 \longrightarrow x = \frac{16}{5}$

ó

$-(5x-4) = 12 \longrightarrow x = -\frac{8}{5}$

Luego, hay dos soluciones:

$$C_1 = \left(\frac{16}{5} , \frac{-31}{5} \right)$$

saleu de sustituir x en el punto C que era $C(x, -x-3)$

$$C_2 = \left(-\frac{8}{5} , \frac{-7}{5} \right)$$