1. Expresa en grados sexagesimales los siguientes ángulos dados en radianes.

a) $\frac{\pi}{6}$; b) $\frac{2\pi}{3}$; c) $\frac{4\pi}{3}$; d) $\frac{5\pi}{4}$; e) $\frac{7\pi}{6}$; f) $\frac{9\pi}{2}$; g) $1,5$; h) $3,2$; i) 5 ; j) $2,75$

2. Pasa a radianes los siguientes ángulos dados en grados. Exprésalos en función de π y en forma decimal.

a) 40° ; b) 108° ; c) 135° ; d) 240° ; e) 270° ; f) 126° ; g) 72° ; h) 200° ; i) 300°

3. Halla el valor exacto de las siguientes operaciones sin utilizar la calculadora.

a) $5\cos\frac{\pi}{2}-\cos 0+2\cos\pi-\cos\frac{3\pi}{2}+\cos 2\pi$; b) $5\,\mathrm{tg}\,\pi+3\cos\frac{\pi}{2}-2\,\mathrm{tg}\,0+\mathrm{sen}\,\frac{3\pi}{2}-2\,\mathrm{sen}\,2\pi$;

c) $\frac{2}{3}\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{2}-4\,\mathrm{sen}\,\frac{3\pi}{2}+3\,\mathrm{sen}\,\pi-\frac{5}{3}\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{2}$; d) $\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{4}+\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{2}+\mathrm{sen}\,\pi$; e) $\mathrm{sen}\,\frac{5\pi}{4}+\cos\frac{3\pi}{4}-\mathrm{sen}\,\frac{7\pi}{4}$;

f) $\cos\pi-\cos 0+\cos\frac{\pi}{2}-\cos\frac{3\pi}{2}$; g) $\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{3}-\cos\frac{7\pi}{6}+\mathrm{tg}\,\frac{4\pi}{3}+\mathrm{tg}\,\frac{11\pi}{6}$; h) $\cos\frac{5\pi}{3}+\mathrm{tg}\,\frac{4\pi}{3}-\mathrm{tg}\,\frac{7\pi}{6}$;

i) $\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6}+\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{6}-\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}-2\sqrt{3}\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{3}$

4. En cada caso halla, en radianes, dos valores para el ángulo α contenidos en el intervalo $[0,\ 2\pi)$ tales que:

a) $\mathrm{sen}\,\alpha=0,32$; b) $\cos\alpha=0,58$; c) $\mathrm{tg}\,\alpha=-1,5$; d) $\mathrm{sen}\,\alpha=-0,63$

5. Halla las razones trigonométricas (valores exactos) del ángulo 75° sabiendo que $75^{\circ}=30^{\circ}+45^{\circ}$.

6. Sabiendo que $\mathrm{sen}\,x=\frac{3}{5}$ y que $\frac{\pi}{2}<x<\pi$, calcula, sin hallar previamente el valor de x (valores exactos):

a) $\mathrm{sen}\,2x$; b) $\mathrm{tg}\,\frac{x}{2}$; c) $\mathrm{sen}\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$; d) $\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$; e) $\cos\frac{x}{2}$; f) $\mathrm{tg}\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

7. Halla las razones trigonométricas (valores exactos) del ángulo 15° de dos formas, considerando:

a) $15^{\circ}=45^{\circ}-30^{\circ}$; b) $15^{\circ}=\frac{30^{\circ}}{2}$

8. Sabiendo que $\mathrm{sen}\,x=\frac{2}{3}$ y que x es un ángulo del primer cuadrante, calcula (valores exactos):

a) $\mathrm{sen}\,2x$; b) $\mathrm{tg}\,\frac{x}{2}$; c) $\cos(30^{\circ}-x)$

9. Sabemos que $\cos x=-\frac{3}{4}$ y $\mathrm{sen}\,x<0$. Sin hallar el valor de x, calcula (valores exactos):

a) $\mathrm{sen}\,x$; b) $\cos(\pi+x)$; c) $\cos 2x$; d) $\mathrm{tg}\,\frac{x}{2}$; e) $\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$; f) $\cos\left(\pi-\frac{x}{2}\right)$

10. Si $\mathrm{tg}(\alpha+\beta)=4$ y $\mathrm{tg}\,\alpha=-2$, halla $\mathrm{tg}\,2\beta$ (valor exacto).

11. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas (dar todas las soluciones positivas y reducidas, tanto en grados como en radianes):

a) $2\cos^2 x-\mathrm{sen}^2 x+1=0$; b) $\mathrm{sen}^2 x-\mathrm{sen}\,x=0$; c) $2\cos^2 x-\sqrt{3}\cos x=0$; d) $\mathrm{sen}^2 x-\cos^2 x=1$;

e) $\cos^2 x-\mathrm{sen}^2 x=0$; f) $2\cos^2 x+\mathrm{sen}\,x=1$; g) $3\,\mathrm{tg}^2 x-\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x=0$; h) $\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{6}-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{1}{2}$;

i) $\mathrm{sen}\,2x-2\cos^2 x=0$; j) $\cos 2x-3\,\mathrm{sen}\,x+1=0$; k) $\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}+x\right)-\sqrt{2}\,\mathrm{sen}\,x=0$; l) $\cos^2\frac{x}{2}+\cos x-\frac{1}{2}=0$;

m) $\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}+1=\cos x$; n) $2\,\mathrm{sen}^2\frac{x}{2}+\cos 2x=0$; ñ) $\cos 2x+3\,\mathrm{sen}\,x=2$; o) $\mathrm{tg}\,2x\cdot\mathrm{tg}\,x=1$; p) $2\,\mathrm{sen}\,x=\mathrm{tg}\,2x$

12. Demuestra las siguientes identidades trigonométricas:

a) $\dfrac{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}{\operatorname{sen}(\alpha-\beta)}=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}$; b) $2\operatorname{tg}x\cos^2\dfrac{x}{2}-\operatorname{sen}x=\operatorname{tg}x$; c) $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)-\cos\left(x+\dfrac{2\pi}{3}\right)=\cos x$;

d) $\cos\alpha\cos(\alpha-\beta)+\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}(\alpha-\beta)=\cos\beta$; e) $\dfrac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\dfrac{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$; f) $\dfrac{2\operatorname{sen}\alpha-\operatorname{sen}2\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}2\alpha}=\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$;

g) $\dfrac{\cos(a+b)+\cos(a-b)}{\operatorname{sen}(a+b)+\operatorname{sen}(a-b)}=\dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$; h) $\dfrac{2\operatorname{sen}\alpha-\operatorname{sen}2\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}2\alpha}=\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}$; i) $\operatorname{sen}3x=3\operatorname{sen}x\cos^2x-\operatorname{sen}^3x$;

j) $\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\beta$; k) $\operatorname{sen}^2\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)-\operatorname{sen}^2\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)=\operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{sen}\beta$;

l) $\cos^2\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)-\cos^2\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)=\operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{sen}\beta$; m) $\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)=\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha$

13. Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a) $\dfrac{\operatorname{sen}2\alpha}{1-\cos^2\alpha}$ (calcula su valor para $\dfrac{\pi}{4}$) ; b) $\dfrac{2\cos(45^\circ+\alpha)\cos(45^\circ-\alpha)}{\cos2\alpha}$; c) $\dfrac{\operatorname{sen}^2\alpha}{1-\cos\alpha}\left(1+\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}\right)$

14. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas (dar todas las soluciones positivas y reducidas, tanto en grados como en radianes):

a) $\cos x\cos2x+2\cos^2x=0$; b) $\sqrt{3}\operatorname{sen}\dfrac{x}{2}+\cos x-1=0$; c) $\operatorname{sen}2x\cos x=6\operatorname{sen}^3x$; d) $\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)+\operatorname{tg}x=1$;

e) $4\cos2x+3\cos x=1$; f) $\operatorname{tg}2x+2\cos x=0$; g) $\sqrt{2}\cos\dfrac{x}{2}-\cos x=1$; h) $2\operatorname{sen}x\cos^2x-6\operatorname{sen}^3x=0$;

i) $\operatorname{sen}3x-\operatorname{sen}x=\cos2x$; j) $\dfrac{\operatorname{sen}5x+\operatorname{sen}3x}{\cos x+\cos3x}=1$; k) $\dfrac{\operatorname{sen}3x+\operatorname{sen}x}{\cos3x+\cos x}=\sqrt{3}$; l) $\operatorname{sen}3x-\cos3x=\operatorname{sen}x-\cos x$

15. Resuelve los sistemas siguientes dando las soluciones en grados, correspondientes al primer cuadrante:

a) $\begin{cases}x+y=120^\circ\\ \operatorname{sen}x+\operatorname{sen}y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$; b) $\begin{cases}\operatorname{sen}^2x+\cos^2y=1\\ \cos^2x-\operatorname{sen}^2y=1\end{cases}$; c) $\begin{cases}\operatorname{sen}x+\cos y=1\\ x+y=90^\circ\end{cases}$;

d) $\begin{cases}\operatorname{sen}x+\operatorname{sen}y=\sqrt{3}\\ \cos x+\cos y=1\end{cases}$; e) $\begin{cases}\operatorname{sen}^2x+\cos^2y=\dfrac{3}{4}\\ \cos^2x-\operatorname{sen}^2y=\dfrac{1}{4}\end{cases}$; f) $\begin{cases}\cos(x+y)=\dfrac{1}{2}\\ \operatorname{sen}(x-y)=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

16. Demuestra las siguientes identidades trigonométricas:

a) $\operatorname{sen}x=\dfrac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}$; b) $\cos x=\dfrac{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}$; c) $\operatorname{tg}x=\dfrac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}$

17. En una circunferencia de 16 cm de radio, un arco mide 20 cm. Halla el ángulo central en grados y en radianes.

18. En una circunferencia de 16 cm de diámetro dibujamos un ángulo de 3 rad. ¿Qué longitud tendrá el arco correspondiente?

19. En una determinada circunferencia, a un arco de 12 cm de longitud le corresponde un ángulo de 2,5 radianes. ¿Cuál es el radio de esa circunferencia?

Soluciones

1. a) 30° ; b) 120° ; c) 240° ; d) 225° ; e) 210° ; f) 810° ; g) $85,94^\circ$; h) $183,35^\circ$;
   i) $286,48^\circ$; j) $158,56^\circ$

2. a) $\frac{2\pi}{9}\,\text{rad} \approx 0,7\,\text{rad}$; b) $\frac{3\pi}{5}\,\text{rad} \approx 1,88\,\text{rad}$; c) $\frac{3\pi}{4}\,\text{rad} \approx 2,36\,\text{rad}$; d) $\frac{4\pi}{3}\,\text{rad} \approx 4,19\,\text{rad}$;
   e) $\frac{3\pi}{2} \approx 4,71\,\text{rad}$; f) $\frac{7\pi}{10}\,\text{rad} \approx 2,2\,\text{rad}$; g) $\frac{2\pi}{5}\,\text{rad} \approx 1,26\,\text{rad}$; h) $\frac{10\pi}{9}\,\text{rad} \approx 3,49\,\text{rad}$; i) $\frac{5\pi}{3}\,\text{rad} \approx 5,24\,\text{rad}$

3. a) -2 ; b) -1 ; c) 3 ; d) $\frac{\sqrt{2}+2}{2}$; e) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; f) -2 ; g) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$; h) $\frac{1}{2}+\frac{2\sqrt{3}}{3}$; i) -2

4. a) $\alpha_1 = 0,33$; $\alpha_2 = 2,82$; b) $\alpha_1 = 0,95$; $\alpha_2 = 5,33$; c) $\alpha_1 = 2,16$; $\alpha_2 = 5,3$; d) $\alpha_1 = 3,82$; $\alpha_2 = 5,6$

5. $\operatorname{sen} 75^\circ = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$; $\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; $\operatorname{tg} 75^\circ = 2+\sqrt{3}$

6. a) $\operatorname{sen} 2x = -\frac{24}{25}$; b) $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = 3$; c) $\operatorname{sen}\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}-4}{10}$; d) $\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}-4}{10}$;
   e) $\cos\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{10}}{10}$; f) $\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{7}$

7. Usando las dos formas indicadas en los apartados a) y b) se obtiene, naturalmente, los mismos valores:
   $\operatorname{sen} 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$; $\operatorname{tg} 15^\circ = 2-\sqrt{3}$

8. a) $\operatorname{sen} 2x = \frac{4\sqrt{5}}{9}$; b) $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \sqrt{9-4\sqrt{5}}$; c) $\cos(30^\circ - x) = \frac{3\sqrt{15}+5}{15}$

9. a) $\operatorname{sen} x = -\frac{\sqrt{7}}{4}$; b) $\cos(\pi + x) = \frac{3}{4}$; c) $\cos 2x = \frac{1}{8}$; d) $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \sqrt{7}$;
   e) $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = -\frac{3}{4}$; f) $\cos\left(\pi - \frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$

10. $\operatorname{tg} 2\beta = -\frac{84}{13}$

11. a) $x = 90^\circ + k\cdot 180^\circ = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\left.\begin{array}{l} x_1 = k\cdot 180^\circ = k\pi \\ x_2 = 90^\circ + 2k\pi = 90^\circ + k\cdot 360^\circ \end{array}\right\}; k \in \mathbb{Z}$;

    c) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 90^\circ + k\cdot 360^\circ = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x_2 = 270^\circ + k\cdot 360^\circ = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \\ x_3 = 30^\circ + k\cdot 360^\circ = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x_4 = 330^\circ + k\cdot 360^\circ = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \end{array}\right\}; k \in \mathbb{Z}$; d) $x = 90^\circ + k\cdot 180^\circ = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$;

e) $x = 45^{\circ} + k \cdot 90^{\circ} = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; f) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 90^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x_2 = 210^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \\ x_3 = 330^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$;

g) $\left.\begin{array}{l} x_1 = k \cdot 180^{\circ} = k\pi \\ x_2 = 30^{\circ} + k \cdot 180^{\circ} = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$; h) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 60^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x_2 = 300^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$;

i) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 90^{\circ} + k \cdot 180^{\circ} = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x_2 = 45^{\circ} + k \cdot 180^{\circ} = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$; j) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 30^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x_2 = 150^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$

k) $x = 45^{\circ} + k \cdot 180^{\circ} = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; l) $x = 90^{\circ} + k \cdot 180^{\circ} = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; m) $x = k \cdot 360^{\circ} = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$;

n) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 90^{\circ} + k \cdot 180^{\circ} = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x_2 = 60^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x_3 = 300^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$; ñ) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 90^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x_2 = 30^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x_3 = 150^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$

o) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 30^{\circ} + k \cdot 180^{\circ} = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x_2 = 150^{\circ} + k \cdot 180^{\circ} = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$; p) $\left.\begin{array}{l} x_1 = k \cdot 180^{\circ} = k\pi \\ x_2 = 120^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \\ x_3 = 240^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$

12. En este ejercicio no es posible dar las soluciones finales, pues es un ejercicio en el que se requiere hacer demostraciones.

13. a) $\frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} = 2\operatorname{ctg}\alpha$. Su valor para $\frac{\pi}{4}$ es 2 ; b) $\frac{2\cos(45^{\circ} + \alpha)\cos(45^{\circ} - \alpha)}{\cos 2\alpha} = 1$;

c) $\frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{1 - \cos\alpha}\left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}\right) = 2$

14. a) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 90^{\circ} + k \cdot 180^{\circ} = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x_2 = 68,53^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} \approx 0,38\pi + 2k\pi \\ x_3 = 291,47^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} \approx 1,62\pi + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$; b) $\left.\begin{array}{l} x_1 = k \cdot 360^{\circ} = 2k\pi \\ x_2 = 120^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \\ x_3 = 240^{\circ} + k \cdot 360^{\circ} = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$;

c) $\left.\begin{array}{l} x_1 = k \cdot 180^{\circ} = k\pi \\ x_2 = 30^{\circ} + k \cdot 90^{\circ} = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$; d) $\left.\begin{array}{l} x_1 = k \cdot 180^{\circ} = k\pi \\ x_2 = 71,57^{\circ} + k \cdot 180^{\circ} \approx 0,4\pi + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$;

e) $\left.\begin{array}{l} x_1 = k\cdot 180^{\circ} = k\pi \\ x_2 = 51,32^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} \approx 0,29\pi + 2k\pi \\ x_3 = 308,68^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} \approx 1,71\pi + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$; f) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 90^{\circ} + k\cdot 180^{\circ} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x_2 = 210^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} = \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi \\ x_3 = 330^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} = \dfrac{11\pi}{6} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$;

g) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 90^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x_2 = 180^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} = \pi + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$; h) $\left.\begin{array}{l} x_1 = k\cdot 180^{\circ} = k\pi \\ x_2 = 30^{\circ} + k\cdot 180^{\circ} = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x_3 = 150^{\circ} + k\cdot 180^{\circ} = \dfrac{5\pi}{6} + k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$;

i) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 30^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x_2 = 150^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} = \dfrac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$; j) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 15^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} = \dfrac{\pi}{12} + 2k\pi \\ x_2 = 75^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} = \dfrac{5\pi}{12} + 2k\pi \\ x_3 = 195^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} = \dfrac{13\pi}{12} + 2k\pi \\ x_4 = 255^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} = \dfrac{17\pi}{12} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$;

k) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 30^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x_2 = 120^{\circ} + k\cdot 360^{\circ} = \dfrac{2\pi}{3} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$; l) $67,5^{\circ} + k\cdot 90^{\circ} = 0,375\pi + k\dfrac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$

15. a) $x = 90^{\circ}$, $y = 30^{\circ}$; b) $x = 0^{\circ}$, $y = 0^{\circ}$; c) $x = 30^{\circ}$, $y = 60^{\circ}$; d) $x = 60^{\circ}$, $y = 60^{\circ}$;
e) $x = 30^{\circ}$, $y = 45^{\circ}$; f) $x = 45^{\circ}$, $y = 15^{\circ}$
16. En este ejercicio no es posible dar las soluciones finales, pues es un ejercicio en el que se requiere hacer demostraciones.
17. El ángulo central es $\alpha = 1,25\,\text{rad} = 71,62^{\circ}$.
18. El arco correspondiente tendrá una longitud de $24\,\text{cm}$.
19. El radio de la circunferencia es $r = 4,8\,\text{cm}$.